

14

Université Grenoble Alpes
MAT133 - Test 2 B 4 décembre 2023
Durée : 15mn. Sans calculatrice, ni document.

Exercice 1 Donner le domaine de définition puis calculer la dérivée de $f(x) = \sqrt{x+x^2}$.

1/5 • $\mathcal{D}_f = \{x, x^2+x \geq 0\}$ On $x^2+x \geq 0 \Leftrightarrow x(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$ ou $x \geq 0$
 Don $\mathcal{D}_f =]-\infty; -1] \cup [0; +\infty[$

1 • $f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

1/5 **Exercice 2** 1. Calculer $\int_{-1}^0 (4x^3 - 2x^2) dx = \left[x^4 - \frac{2}{3}x^3 \right]_{-1}^0 = -\left(1 - \frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}$

1 2. Trouver une primitive de $x^2 e^{2x^3}$. $F = \frac{e^{2x^3}}{6}$

Exercice 3 Dans un pays A en crise, le prix du pain augmente de 20% chaque mois. Le mois M, ce prix est 10 pesos.

1. Donner le prix du pain au mois $M+n$. Vérifier votre formule pour $n=0$ et $n=1$.

2 $P_n = 10(1,2)^n$ $\begin{matrix} m=0 & P_0 = 10 \times 1 = 10 \\ m=1 & P_1 = 10 \times 1,2 = 12 = 10 \text{ pesos} + 20\% \text{ de } 10 \end{matrix}$

2. Au bout de combien de mois le pain aura-t-il dépassé 100 pesos ? On pourra utiliser $\frac{\ln 100}{\ln 1,2} \approx 25,3$ ou $10 \frac{\ln 100}{\ln 20} \approx 12,7$ ou $\frac{\ln 10}{\ln 1,2} \approx$ ou $10 \ln \frac{100}{1,2} \approx 21,2$

2,5 $P_n \geq 100 \Leftrightarrow (1,2)^n \geq 10 \Leftrightarrow n \ln 1,2 \geq \ln 10 \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln 10}{\ln 1,2} \approx 12,7$
 car $\ln 1,2 > 0$ et $\ln 1,2 > 1$

Après 13 mois $P_n \geq 100$ pesos.

0,5 **Exercice 4** Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ $A \in M_{22}$ $B \in M_{23}$ AB possible
 AB non car $2 \neq 3$.

1. Calculer AB et BA quand c'est possible.

2 $AB = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Est-ce que A est inversible ? Si oui calculer A^{-1} .

1 $\det A = 2 \neq 0$ donc A inversible.

1 $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$